Niveau(x) d'enseignement: 0 Numéro EDUQ : 9470487
Centre d'intérêt: 841

Bessot, Annie.

Représentations graphiques et maîtrise des rapports avec l'espace / par Annie Bessot. -- Montréal : Université du Québec à Montréal, Centre interdisciplinaire de recherche sur l'apprentissage et le développement en éducation, 1994.
34 f. : ill. ; 28 cm. -- (Séminaire sur la représentation ; 82)

Résumé: f. [4]. Bibliogr.: f. 33-34.

ISBN 2-921558-07-6

Vedette(s)-secondaire(s): Université du Québec à Montréal. Centre interdisciplinaire de recherche sur l'apprentissage et le développement en éducation

Descripteur(s): Géométrie * Espace * Méthode d'enseignement * Activité d'apprentissage

Identificateur(s) de nom: France

Identificateur(s) de sujet: Représentation graphique

S'appuyant sur les résultats de recherches récentes menées en France, cet exposé aborde l'enseignement de la géométrie dans ses deux principales caractéristiques. La première réside dans les liens complexes qu'elle entretient avec l'espace physique qui nous entoure. La seconde concerne l'existence d'une médiation entre l'espace physique et les savoirs géométriques théoriques qui est constituée par les représentations graphiques.

Type de document:

CENTRE INTERDISCIPLINAIRE DE RECHERCHE SUR
L'APPRENTISSAGE ET LE DEVELOPPEMENT EN EDUCATION

CIRADE

Université du Québec à Montréal

94-70487

REPRÉSENTATIONS GRAPHIQUES ET MAÎTRISE DES RAPPORTS AVEC L'ESPACE

par Annie Bessot
Équipe DidaTech
Laboratoire LSD2-IMAG
Université Joseph Fourier, Grenoble

Séminaire sur la Représentation

21 septembre 1993 - no 82

CIRADE, UQAM, mars 1994

TABLE DES MATIÈRES

1. CONNAISSANCES SUR L'ESPACE ET GÉOMÉTRIE 5

1.1 Quelles sont les différences entre connaissances spatiales et géométriques? 6

- *Une première différence est relative à la genèse de ces connaissances pour l'enfant* 6
- *Une seconde différence concerne le type des problèmes posés* 6
- *Une troisième différence concerne l'organisation des connaissances* 8
- *Une quatrième différence concerne le vocabulaire* 8

1.2 Liens entre connaissances géométriques et connaissances spatiales 8

1.3 L'espace dans l'enseignement «courant» de la géométrie en France 9

1.4 Les conceptions de spontanées de l'espace: un savoir de base 10

1.5 Trois problématiques: pratique, modélisation, géométrique 11

1.5.1 Trois types de pratiques spatiales de référence 11

- *Exemple du triangle aplati* 11
- *Problématique pratique* 12
- *Problématique de la géométrie* 13
- *Problématiques de modélisation* 13

2. REPRÉSENTATIONS GRAPHIQUES ET MAÎTRISE DE L'ESPACE 15

2.1 Les représentations graphiques sont des instruments 15

2.2 Propriétés de l'instrument graphique 15

- *Les propriétés sémiotiques du dessin d'espace* 15
- *Homogénéisation de la conception du temps* 16
- *L'homogénéisation des conceptions spatiales, relativement à la taille et relativement aux lieux* 16
- *Un exemple historique* 16

2.3 Formation professionnelle de base au dessin de vues: un problème d'enseignement 17

2.4 Une expérience de formation à la lecture des vues: caractéristiques 20

- *Caractéristiques des stagiaires* 20
- *Conditions générales de la formation GRETA* 22
- *Caractéristiques de l'expérience* 23

2.5 Construction et expérimentation d'un processus de formation basé sur la méthode indirecte 24

- *Situations d'écriture* 24

2.6 Compléments sur les différentes conceptions sur l'espace 30

- *Les contraintes microspatiales spécifiques du cadre des interactions liées à la manipulation courante des petits objets* 30

- *Les contraintes mésospatiales caractéristiques du cadre des déplacements domestiques* 30

- *Les contraintes macrospatiales (de type urbain, rural, maritime, etc.)* 30

- *Conséquences de ces représentations* 31

BIBLIOGRAPHIE 33

Résumé

Une première caractéristique de la géométrie réside dans les liens complexes qu'elle entretient avec l'espace physique qui nous entoure.
Une deuxième caractéristique concerne l'existence d'une médiation entre l'espace physique et les savoirs géométriques théoriques qui est constituée par les représentations graphiques.
Cet exposé abordera le sujet évoqué en s'appuyant sur les résultats de recherches récentes menées en France en ce qui concerne l'enseignement des mathématiques et certains enseignements professionnels.

Avant d'examiner directement le thème du titre nous allons faire un assez long détour par les rapports entre géométrie et rapport à l'espace.

1. CONNAISSANCES SUR L'ESPACE ET GÉOMÉTRIE

Je m'appuierai pour cette partie de mon exposé sur les résultats de la thèse récente de R. Berthelot et M.-H. Salin. Les citations sont extraites de ce travail: sinon l'auteur est mentionné.

> «Une fois déterminés les savoirs à enseigner, la réflexion traditionnelle porte sur l'ordre dans lequel ils doivent être enseignés, sur ce que l'élève devrait savoir au vu des enseignements antérieurs qu'il a reçus, et sur ce qu'il devrait donc pouvoir apprendre de nouveau.
>
> Mais elle laisse dans l'ombre une caractéristique fondamentale du contrat didactique, source de problèmes didactiques: *L'élève a besoin de connaissances qui ne lui sont pas enseignées mais qu'il doit savoir mettre en oeuvre, soit pour apprendre, soit pour utiliser ce qu'il a appris.*»
>
> (R. Berthelot et M.-H. Salin, 1992)

Il existe donc un partage des responsabilités entre le professeur et l'élève, relativement aux connaissances à mettre en oeuvre: certaines sont enseignées et sous la responsabilité du professeur, d'autres ne le sont pas et sont donc sous la responsabilité implicite de l'élève. Ce partage est inéluctable.

L'identification de ces deux types de connaissances doit être faite si on veut remettre en cause cette ligne de partage. Tout un champ de recherches en didactique s'est ouvert sur ce sujet dans l'équipe de Bordeaux autour de Guy Brousseau.

> Le domaine, sans doute le mieux identifié, de ces connaissances attendues des élèves, mais qui ne leur sont pas enseignées, concerne le raisonnement. Savoir raisonner fait partie de ces compétences que l'enseignant se désole de ne pas trouver chez ses élèves, tout en étant désarmé quant à l'aide à leur apporter sur ce plan. L'enseignement du savoir savant correspondant, la logique, tenté pendant un temps, n'a pas produit les effets attendus. La thèse de P. Orus (1992) s'attaque à ce problème, en proposant d'autres voies.
>
> Ce partage est particulièrement illustré par la recherche que mène Carmen Molina à Saragosse: il s'agit de concevoir un enseignement de la géométrie pour des classes qui comportent à la fois des élèves voyants et non-voyants. Serait-ce possible? Sitôt la question posée, les difficultés surgissent et leur évocation fait apparaître toutes les connaissances et compétences implicites concernant les rapports à l'espace qu'exige cet enseignement, compétences dont semblent privés les non-voyants.

Quand l'enseignant de mathématiques va faire de la géométrie, il va dire «vous voyez le triangle» ou «vous voyez ces deux triangles en position de Thalès»; il exige de la part des élèves qu'ils aient la capacité de connaître, de reconnaître ce qu'il a dessiné. Cette exigence ne peut pas être satisfaite: s'il y a par exemple un élève aveugle dans la classe, l'enseignant ne pourra pas dire «Vous voyez!» et tout d'un coup, une partie importante de son discours ne sera plus être légitime, parce qu'il exige des connaissances qui ne peuvent plus être mises en oeuvre par le sujet.

> Mais les enfants voyants, eux, disposent-ils bien de ces compétences que leur attribue implicitement l'enseignement? Se développent-elles spontanément? Si ce n'est pas le cas et si leur absence explique les difficultés d'apprentissage de certains, pourquoi l'enseignement ne les prend-il pas en charge? Est-il possible d'envisager un déplacement pertinent de la frontière établie entre ce qui est enseigné et ce qui ne l'est pas?

Ces interrogations constituent l'un des axes de la recherche de R. Berthelot et M.-H. Salin en ce qui concerne l'enseignement de la géométrie et de l'espace dans la scolarité obligatoire.

1.1 Quelles sont les différences entre connaissances spatiales et géométriques?

- Une première différence est relative à la genèse de ces connaissances pour l'enfant.

> Chaque enfant dispose de connaissances spatiales avant même que l'on se propose de lui apprendre des connaissances de géométrie.
>
> La géométrie euclidienne, elle, doit être enseignée à l'école pour exister.

- Une seconde différence concerne le type des problèmes posés.

Le problème du vitrier

> Un vitrier doit reproduire un quadrilatère de la forme d'un parallélogramme, afin de découper une vitre adaptée à la fenêtre d'un client, de côté a et b. S'il n'est familier qu'avec des fenêtres de forme rectangulaire, il doutera et ne saura quelles mesures prendre avec les outils dont il dispose. *Son problème est de prendre les informations qui lui garantissent que la vitre qu'il va découper aura bien la forme voulue.*

Avant de découper le verre, il construit un cadre rigide déformable en bois de forme rectangulaire dont les côtés sont ceux d'une fenêtre rectangulaire de côtés a et b. Ensuite il ajuste le cadre à la fenêtre du client; puis il découpe la vitre par superposition au cadre.

Dans la problématique géométrique, un problème correspondant à la situation du vitrier serait un problème de construction géométrique d'un parallélogramme, à l'aide de la règle graduée et du compas. La solution de ce problème appelle une validation d'ordre mathématique s'appuyant sur un ensemble de propriétés caractéristiques du parallélogramme.

> Si le vitrier dispose de connaissances géométriques, il pourra prévoir que la connaissance des longueurs des côtés et d'une diagonale (informations auxquelles ses instruments lui donnent un accès facile) suffit à déterminer une figure superposable à la figure mesurée.
>
> Mais il ne trouvera pas cette propriété dans un cours de géométrie, car pour la géométrie elle n'a pas particulièrement d'intérêt.

Les propriétés intéressantes pour la géométrie et pour l'espace ne sont pas les mêmes ou quand ce sont les mêmes, l'intérêt n'est pas le même.

> Considérons par exemple une propriété géométrique dont l'utilité spatiale s'est avérée pour le contrôle des angles droits, la relation de Pythagore.

Par exemple le maçon utilise habituellement en France, pour construire une cloison perpendiculaire à un mur, le procédé «3, 4, 5».

> L'intérêt du théorème de Pythagore pour l'enseignement mathématique n'est pas fondé sur son utilité spatiale (qui est grande), mais surtout sur la variété de démonstrations que l'on peut en fournir ou qu'il permet de faire...

Essayons de donner quelques caractéristiques des problèmes spatiaux et géométriques.

Les problèmes spatiaux peuvent être ainsi caractérisés:

- Ils sont finalisés sur la réalisation
  - d'actions: fabriquer, se (dé)placer, (dé)placer, dessiner, etc.
  - de moyens de communication à propos d'actions ou de constats. Les représentations graphiques permettent de communiquer des informations qui se substituent à la perception.
- Les moyens d'action disponibles dépendent du contexte, et sont principalement assujettis à la qualité du résultat empirique.
- La réussite ou l'échec est déterminé par le sujet par comparaison empirique entre le résultat spatial attendu et le résultat obtenu.

Résoudre un *problème de géométrie*, au sens où le mot de géométrie est employé en mathématiques, est une activité autour du caractère nécessaire de certaines propriétés d'objets géométriques, et de leur organisation non contradictoire.

> Les situations de géométrie mettent en interaction des sujets avec un milieu qui n'est plus l'espace physique et ses objets mais une communauté scientifique évoquée ou simulée par l'ensemble des élèves. Ces interactions se font sur la base de déclarations sur un espace de «*figures*».

Il faut entendre ici figure au sens d'objet géométrique idéal, dont le dessin n'est qu'un modèle graphique (voir à ce sujet Parzysz, 1989) ou une expérience graphique (Y. Chevallard et M. Jullien, 1991). Les validations peuvent se passer de l'espace, elles sont basées sur les règles du débat mathématique. La fonction des dessins est, comme le dit Poincaré (1943), de provoquer la mise en relation de propositions que l'on sait associer à tel ou tel tracé ou portion de dessin.

- ***Une troisième différence concerne l'organisation des connaissances***

Actuellement les connaissances de la géométrie sont identifiées et organisées de manière bien connue par la théorie mathématique en un corps de définitions, axiomes, théorèmes. Cette structuration est l'aboutissement d'une longue histoire qui n'est pas notre propos.

> L'étendue et la structure des connaissances spatiales, communes ou professionnelles sont par contre moins bien connues, parce que utilisées pour résoudre des situations particulières correspondant à des champs d'activité, en particulier professionnels, culturellement éclatés.

- ***Une quatrième différence concerne le vocabulaire***

Il comporte bien des mots communs. La signification en est-elle la même? Rien n'est moins sûr; *prenons l'exemple du rectangle:*

- Dans la vie courante ou professionnelle (hors mathématiques) personne ne qualifiera de rectangulaire un objet de forme carrée: ce serait considéré comme une erreur, parce que le terme de rectangle serait interprété comme voulant signifier une différence de longueur entre les côtés consécutifs.

- En géométrie par contre, qualifier un carré de rectangle constitue une manifestation d'une connaissance particulière qui fait l'objet d'un enseignement.

1.2 Liens entre connaissances géométriques et connaissances spatiales

L'étude historique montre que l'origine de la géométrie se trouve, pour une large part, dans la résolution par modélisation de problèmes spatiaux en particulier par la représentation graphique.

> «Et l'espace euclidien est bien celui des géomètres, au vieux sens, ceux qui pratiquent le cadastre des champs, celui des architectes et maçons. Celui de la maîtrise, par la métrique, des villes et de la campagne.»
>
> (M. Serres, 1980)

Deux grands thèmes ont mobilisé les efforts d'anticipation spatiale: les mesures et la représentation graphique des situations.

Les grecs, pour des raisons où des facteurs culturels semblent avoir une part décisive ont été les inventeurs de la «géométrie mathématique» en même temps qu'ils l'ont été de la démonstration (voir à ce sujet G. Arsac, 1987). La géométrie s'est depuis lors développée de plus en plus comme une théorie autonome, jusqu'à paraître rompre avec ses origines spatiales.

> Bien sûr, une personne confrontée à un problème spatial, et qui dispose de connaissances issues de la géométrie peut s'en aider pour le résoudre. Ainsi le vitrier qui sait qu'un triangle est déterminé (à un retournement près) par les longueurs de ses côtés, peut-il résoudre immédiatement le problème de tout cadre polygonal, par exemple en saisissant et reportant les mesures des côtés de ce cadre et de certaines diagonales sur un schéma qui lui permet de contrôler la décomposition convenable de sa forme en triangles.

1.3 L'espace dans l'enseignement «courant» de la géométrie en France

R. Berthelot et M.-H. Salin ont mené une étude approfondie des programmes français du primaire au collège, incluant une analyse de scénarios de leçons figurant dans les ouvrages les plus utilisés, en particulier les manuels d'élèves, mais aussi les livres du maître. Ils ont aussi analysé les programmes parus depuis le début du siècle.

De ces analyses ressortent l'ensemble des faits suivants:

- l'exclusion des rapports effectifs à l'espace hormis ceux concernant l'espace de la feuille de papier;
- les situations adidactiques, c'est-à-dire de situations où l'élève répond par rapport à un enjeu véritable de savoir et non par rapport au désir de l'enseignant, sont absentes;
- les activités de tracé semblent aller de soi, sont transparentes; l'activité géométrique est essentiellement restreinte:
  - à la description géométrique de ce qui est tracé ou peut l'être facilement;
  - à l'exécution de tâches de tracés formulées dans le langage géométrique, ce qui alimente cette transparence: les tracés et les objets géométriques sont assimilés au moins au niveau du vocabulaire: on trace une droite, un segment, un angle, etc.;

- lorsque interviennent sous forme évoquée des situations spatiales où les connaissances enseignées pourraient améliorer directement les rapports effectifs à l'espace, la complexité spatiale des situations correspondantes est ignorée, comme si connaître la géométrie fournissait en même temps les moyens d'appliquer ses connaissances à l'espace.

L'espace est réduit à la feuille de papier, et les problèmes spatiaux sont ceux qui peuvent être pris en charge par la géométrie enseignée.

> Cette logique d'écrasement de l'espace par la géométrie aboutit de fait à une exclusion de l'enseignement des connaissances spatiales au profit de connaissances de géométrie.
>
> La disparition de l'espace sous l'effet de l'enseignement de la géométrie est passée d'autant plus inaperçue qu'aucun constat de compétences spatiales systématique n'est dressé au cours ou à la fin de la scolarité obligatoire.

Ce phénomène peut être qualifié de véritable cécité culturelle quant à la spécificité de l'espace: la géométrie rend aveugle aux connaissances sur l'espace.

1.4 Les conceptions de spontanées de l'espace: un savoir de base

Une des conséquences de cet écrasement de l'espace par la géométrie, est que l'enseignement de cette géométrie s'appuie sans contrôle, sur un rapport privilégié à l'espace qui est le traitement de petits objets manipulables ou de tracés sur la feuille. Ce traitement est basé sur l'évidence perceptive: «Tu vois bien que...» «On voit bien sur cet figure que...»

G. Brousseau (1984) a développé l'idée d'une variable didactique «taille des objets de l'espace» déterminant la formation des conceptions sur l'espace des élèves. Une des hypothèses serait qu'il existe, comme le formulait P. Gréco (1978), «toutes sortes d'espaces» dont les propriétés engagent probablement de manières différentes les actions et le fonctionnement cognitif du sujet. Mais, au-delà, les instruments sociaux pour penser et gérer les objets de l'espace (le dessin technique, par exemple), et surtout les schèmes sociaux d'utilisation qui leur sont associés, pourraient eux-mêmes varier en fonction des propriétés spatiales de ces objets. Ainsi, en ce qui concerne les objets-référents du bâtiment par rapport à ceux de la mécanique, leur différence de taille (mais aussi de modalité de fabrication) pourraient donner lieu, au niveau de leur représentation graphique, à des pratiques de lecture et à des schèmes d'utilisation du dessin différents. Elle justifierait alors des stratégies d'enseignement différentes.

Une part importante des investigations de R. Berthelot et M.-H. Salin a été de cerner theoriquement et expérimentalement les connaissances spatiales des élèves qui relèvent de la pratique *familière* et à laquelle se réfère implicitement ou explicitement l'enseignement usuel de la géométrie: pour un résumé, on se reportera à la partie «Compléments sur les différentes conceptions sur l'espace» à la fin de ce texte.

1.5 Trois problématiques: pratique, modélisation, géométrique

1.5.1 *Trois types de pratiques spatiales de référence*

On peut repérer trois types d'institutions où se traitent les questions spatiales: la vie courante, les techniques professionnelles, les mathématiques. Les différentiations ne caractérisent pas des sujets, mais des rapports à l'espace qui peuvent, pour un même sujet, varier selon les institutions dans lesquelles il est impliqué.

Des extraits de la publication de l'IREM de Lyon (Arsac et al., 1992) vont servir à illustrer les trois problématiques que R. Berthelot et M.-H. Salin ont définies corrélativement aux trois types d'institutions.

- Exemple du triangle aplati

La consigne donnée à des élèves de cinquième est: existe-t-il un triangle dont les côtés mesurent 4cm, 9cm, 5cm?

La tâche est proposée à la classe divisée en petits groupes. Toute liberté est laissée quant aux moyens à mettre en oeuvre pour déclarer cette existence. Un débat est ensuite organisé entre les groupes sur les réponses à la question posée.

Les réponses récoltées par l'équipe de Lyon sont classées en trois types par R. Berthelot et M.-H. Salin:

Premier type de réponse: *«Il existe un triangle, nous avons réussi à le faire.»*

Il suffit de faire une construction soignée à la règle pour conclure ainsi, sur la base d'un constat d'évidence visuelle.

> *La réponse à la question apportée dans cette logique est indiscutablement positive. Il existe même, à moins d'un demi-millimètre près, une grande quantité de tels triangles distinguables les uns des autres, plus ou moins aplatis.*

Deuxième type de réponse: *«De toute manière, ce n'est pas possible, par exemple parce qu'il faudrait que les deux traits qui se touchent au-dessus de la base soient plus grands que la base et 5 + 4 = 9.»*

> «Ces justifications sont accompagnées par très peu de dessins, voire pas du tout, ou des dessins qui ne proviennent pas de l'activité de construction à la règle et au compas mais qui en donnent directement le résultat anticipé par l'élève, c'est-à-dire un segment avec un point marqué... Lors des débats avec les autres élèves, la source de la conviction de ces élèves, lorsque nous avons pu la repérer, est toujours liée à la perception graphique des propriétés... du type suivant: l'hypoténuse d'un triangle rectangle est plus longue que chacun des côtés [...] L'incertitude engendrée par le dessin sur le triangle proposé est levée en abandonnant le résultat concret et contradictoire de la construction et en se ramenant à une propriété dont on est sûr.»
>
> (G. Arsac et Al., 1989)

Pour R. Berthelot et M.-H. Salin ces comportements traduisent une certaine exigence implicite de dépendance et plus particulièrement de non-contradiction entre la déclaration d'existence de «vrais triangles» dont la longueur d'un des côtés serait la somme des longueurs des deux autres et certaines propriétés de l'espace déjà connues. Nous pourrions dire que ce rejet de l'existence du triangle est basé, pour ces élèves, sur la nécessité ressentie de maintenir pour vraies dans toute leur généralité, des propriétés qui seraient mises en cause par l'existence d'un tel triangle.

Troisième type de réponse: *«Ça dépend de l'ordre des côtés, si on commence par 5, il existe; si on commence par 9, il n'existe pas»* ou *«Faut-il prendre le premier point où ça se touche?», (cercles tangents) et autres considérations techniques sur le dessin.*

L'équipe de Lyon a noté l'importance pour les élèves de ce genre de considération, bien qu'elles n'aient aucun statut dans l'enseignement usuel.

Ces trois types de réponses peuvent être rattachés à trois problématiques: pratique, géométrique et spatio-géométrique.

- Problématique pratique

Nous prenons comme référence la pratique de la vie courante, des problèmes spatiaux «ordinaires» de la vie de monsieur «tout le monde», et plus précisément le «sens pratique» selon les caractéristiques qu'en donne P. Bourdieu (1980):

> La pratique se déroule dans le temps, et elle en a [...] l'irréversibilité [...]. Elle ne connaît que les cas particuliers et les détails de l'intérêt pratique ou de la curiosité anecdotique.[...] Elle exclut tout intérêt formel. Le retour réflexif

> sur l'action elle-même, lorsqu'il survient, reste subordonné à la poursuite du résultat et à la recherche (qui ne se perçoit pas nécessairement comme telle) de la maximisation du rendement de l'effort dépensé.

Se placer dans une problématique pratique, c'est donc essentiellement contrôler ses rapports spatiaux de manière empirique et contingente.

> Les situations correspondantes sont des situations d'action et de communication, résolues par les moyens les plus économiques en conceptualisation. L'action, dont le résultat est immédiatement visible et évalué de façon continue, constitue le principal régulateur de la mise au point de la solution des situations correspondantes: si la solution n'est pas satisfaisante, le sujet va l'ajuster à la solution attendue par une suite de corrections immédiates, sans se soucier de corriger la méthode utilisée initialement pour l'obtenir. Dans cette problématique, le problème du triangle aplati a une réponse logique: oui, il existe indubitablement un tel triangle, il en existe même plusieurs.

- Problématique de la géométrie

> La pratique de référence est celle de la géométrie des mathématiciens, et se caractérise depuis les Grecs par un certain type de problèmes et de solutions dont nous allons tenter de décrire quelques-uns des principaux caractères.

Se placer dans une problématique géométrique, c'est entrer dans un rapport entre mathématiciens établi sur la base de déclarations concernant un espace conceptualisé, constitué d'objets idéaux, et contrôlé par la non-contradiction de l'ensemble de ce qui est déclaré sur lui.

> Ce rapport peut-être intériorisé ou effectif. Le rapport est effectif lorsqu'il y a un débat scientifique réel sur les productions. Entre ces moments de débat effectif, le producteur de mathématiques débat avec une communauté intériorisée, et il peut le faire car les règles de débat sont bien connues.
>
> Le second type de réponse au problème du triangle aplati est bien évidemment la seule logique dans le cadre de cette problématique: «non il ne peut pas exister un tel triangle». Les essais de justifications relèvent bien du souci de non-contradiction des déclarations sur l'espace. Les réponses rapportées n'ont évidemment pas poussé la logique jusqu'au bout: la démonstration.

- Problématiques de modélisation

R. Berthelot et M.-H. Salin se réfèrent ici aux pratiques de modélisation de l'espace, plus particulièrement, aux modélisations par la géométrie ou par des représentations graphiques. Ils réservent le terme de spatio-géométrique quand le modèle est la géométrie, d'analogique quand le modèle est une représentation graphique. Cette différentiation ne relève pas de la problématique mais du niveau de

formalisation du modèle auquel le processus de modélisation sera porté, selon la complexité des connaissances géométriques qui interviennent.

> L'espace de référence dont il est question est bien l'espace sensible, comme dans la problématique pratique. Un autre point commun avec la problématique pratique, est que la solution doit pouvoir être validée dans l'espace sensible. Par contre, la démarche de réso' ution par modélisation n'a plus rien à voir avec la démarche que nous avons appelée pratique car la solution d'un problème par modélisation doit être construite complètement dans le système symbolique du modèle selon les règles du modèle.
>
> Cette démarche établit un certain rapport entre deux mondes: le monde sensible et un modèle, système symbolique doté de règles internes qui permettent de constituer, à partir des objets initiaux et de relations initiales, de nouveaux objets et de nouvelles relations valides. Un certain nombre de relations (initiales) dans le modèle sont signifiantes de relations de l'espace sensible et leur permettent de représenter le problème dans l'espace par un problème dans le modèle. À partir de ces relations, et du système de règles de production internes au modèle, la solution est construite dans le modèle. L'interprétation dans l'espace sensible de la solution ainsi construite dans le modèle permet la validation pragmatique de l'ensemble de la démarche.

Dans le problème du triangle aplati, l'hypothèse de R. Berthelot et M.-H. Salin est que si les élèves étaient formés à modéliser l'espace, ils interrogeraient le fait d'obtenir des réponses apparemment contradictoires, ce qui les mènerait à pointer l'effet de l'incertitude des mesures sur les tracés obtenus, et finiraient par conclure ... qu'on ne peut pas décider d'après le tracé s'il existe ou non un triangle «tracé».

> En effet, si l'on prend en compte la précision des mesures, un triangle ne se distingue vraiment d'un segment que s'il n'est pas trop aplati; si l'on augmente la précision des tracés, les triangles construits deviennent de plus en plus aplatis.

Le problème de l'inégalité triangulaire révèle la position difficile dans laquelle sont placés élèves et professeurs par l'absence de prise en compte de la problématique de modélisation dans l'initiation à la géométrie. Dans un tel cas, les élèves sont placés devant un faux dilemme: problématique pratique ou saut non justifié dans une problématique mathématique.

Il y a un double discours: discours de l'enseignant et discours de l'élève. Ils ne parlent pas de la même chose: problématique géométrique pour l'un, problématique pratique pour l'autre. Pour simplifier cette situation, l'ostension est le moyen le plus commode, le plus économique. On désigne par le terme d'ostension la dimension du montré (montré à l'élève par l'enseignant) par opposition à la dimension du dit (la

dimension du discursif: voir O. Schneider, 1979). L'ostension a été disqualifiée par la pédagogie centrée sur l'élève, mais elle a resurgi «déguisée»: on continue à montrer à l'élève ce qu'il doit voir, même si on veut lui faire croire que c'est lui qui l'a vu de lui-même.

Nous allons rentrer maintenant dans la problématique de la modélisation de l'espace, à savoir le domaine professionnel. Nous nous limiterons au domaine des métiers du bâtiment: les graphismes, objets d'enseignement dans les formations professionnelles, sont eux-mêmes des modèles intermédiaires entre la géométrie mathématique et l'espace.

2. REPRÉSENTATIONS GRAPHIQUES ET MAÎTRISE DE L'ESPACE

Dans la maîtrise des situations spatiales, les représentations planes ont joué et jouent un rôle premier, dans le champ des pratiques sociales et professionnelles (Deforge, 1981).

On pourrait dire que les graphismes sont des modèles analogiques des objets spatiaux liés à des théories géométriques spécifiques comme la géométrie descriptive ou la perspective, elles-mêmes fondées sur la géométrie projective.

Nous prendrons un point de vue instrumental sur les graphismes d'espace.

2.1 Les représentations graphiques sont des instruments

P. Rabardel et P. Vérillon parlent d'instruments sémiques c'est-à-dire:

> «un instrument qui lui permet [à son utilisateur] tout à la fois de produire des représentations graphiques relatives à une réalité technique, d'utiliser des représentations produites par d'autres pour mener à bien ses propres tâches techniques, et enfin de penser, d'appréhender la réalité technique.»
> (P. Vérillon et P. Rabardel, 1993)

2.2 Propriétés de l'instrument graphique

Référence: Thierry Bautier, 1993

- Les propriétés sémiotiques du dessin d'espace

> En tant qu'écriture, le graphisme soulage le sujet de devoir se représenter mentalement un grand nombre d'informations, il permet au sujet de stocker de l'information sous une forme toujours disponible.

Au moment de la lecture, le dessin d'espace donne au sujet un moyen de contrôle immédiat de l'état de l'objet représenté, par rebond symbolique, ce dessin peut renvoyer (par abus de langage) le sujet à de nouvelles idées.

- ***Homogénéisation de la conception du temps***

Par un simple dessin, le sujet peut mettre entre parenthèses le temps. Tout graphisme d'espace peut être l'instrument d'une subversion des contraintes temporelles de la construction: le voûtement bien qu'exécuté en dernier est pensé le plus souvent en premier, l'édifice est le plus souvent pensé et dessiné dans sa forme générale puis dans ses détails alors que dans l'ordre de l'exécution, c'est exactement le contraire.

- ***L'homogénéisation des conceptions spatiales, relativement à la taille et relativement aux lieux***

Les graphismes d'espaces permettent au sujet de se libérer d'une importante contrainte matérielle de la construction liée à la taille des objets considérés: le sujet peut «faire comme si» il pouvait faire les mêmes actions de mesure sur la Grande Pyramide que sur un bâton, les mêmes actions de repérage dans une grande ville que sur son plan. Tout graphisme d'espace peut être l'instrument privilégié d'une «homogénéisation de l'espace au sens de la taille».

Il permet de traiter le macroespace et le mésoespace comme le microespace.

Le sujet peut aussi se représenter (graphiquement et donc mentalement) l'intérieur des objets comme s'ils étaient transparents. Il peut sur la représentation, prolonger les faces des objets dans le vide, mais aussi traverser les pleins par des droites qui ne sont pas matérialisées. Nous convenons d'appeler «homogénéisation des lieux de l'espace» le processus cognitif qui conduit le sujet à intégrer dans ses conceptions spatiales, ces possibilités d'exploration graphique de l'espace.

Dans une «conception hétérogène des lieux de l'espace», le sujet différencie par ses actions les pleins et les vides: les premiers permettent la mesure et le repérage, les seconds permettent le déplacement. Les «constructions auxiliaires» et les «analyses de figures» sur les supports graphiques appartiennent à une conception homogène des lieux représentés.

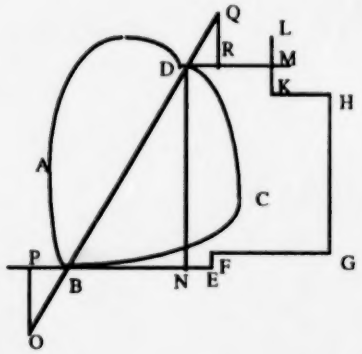
- ***Un exemple historique***

Cet exemple est cité par P. Dedron et J. Itard (1959):

Hérodote rapporte un travail important réalisé vers 530 dans l'Île de Samos par l'ingénieur Eupalinos de Mégare. Des fouilles entreprises en 1882 par des archéologues allemands ont permis de retrouver ce travail. C'est un aqueduc comportant un tunnel de 1 kilomètre de long, deux mètres de large et deux de haut avec dans l'axe un canal. Le tunnel est pratiquement rectiligne, et comporte de distance en distance des puits d'aération verticaux. Les travaux de percement furent entrepris par les deux extrémités. Il n'y eut à rattraper au milieu qu'une erreur de 10m horizontalement, de 3m à la verticale.

La technique géométrique utilisée est fort probablement celle que donnera plus tard Héron d'Alexandrie dans son traité de la Dioptre.

Soit à percer par un tunnel, de B en D, une colline ABCD. Des alignements, dans deux directions rectangulaires DR et LK, permettent après mesures de segments comme DM, MK...,de calculer les longueurs BN et DN des deux côtés du triangle rectangle BDN. En construisant en D et en B les triangles DRQ et BPO semblables à BDN, on obtient les deux prolongements DQ et BO du tunnel à percer. On pourra alors attaquer les travaux par les deux extrémités.



Le travail d'Eupalinos révèle chez les Grecs de la fin du VIe siècle une géométrie pratique d'un niveau déjà élevé.

Les graphismes d'espaces peuvent aider le sujet à prolonger le domaine de son sens tactile et de son sens visuel hors de leurs limitations ordinaires. Ils peuvent donner au sujet, au terme d'un apprentissage et par l'intermédiaire omniprésent de la fonction symbolique des pouvoirs extraordinaires: ceux du Petit Poucet quand il enfile ses bottes de sept lieues, mais également ceux d'un fantôme qui passe au travers des murs et peut voler.

S'il n'est pas impossible à un sujet-expert de réaliser sans dessin, c'est-à-dire en pensée, l'une ou l'autre de ces trois homogénéisations, la question reste posée pour ce qui concerne l'apprentissage.

2.3 Formation professionnelle de base au dessin de vues: un problème d'enseignement

Référence: A. Bessot, S. Déprez, M. Eberhard, B. Gomas, 1992

On peut considérer deux grandes classes de situations de formation en fonction du choix des objets de connaissances justifiant la notion de vue. Yves Deforge (1981) décrit sous les noms de méthode directe et méthode indirecte deux démarches extrêmes de justification qu'il a repérées dans l'histoire de l'enseignement du dessin technique.

- *Méthode directe*

> La justification la plus directe de la représentation géométrale d'un corps consiste à dire que c'est le dessin de ce que voit un observateur (ou de ce qu'il pourrait voir) en regardant le corps bien en face, d'un seul oeil, de telle façon que son regard reste toujours perpendiculaire à la face observée. De ce principe découle une méthode de représentation par vues non coordonnées qui convient à des corps aux formes géométriques simples faisant partie de l'univers conceptuel de celui qui dessine et de celui qui regarde le dessin, comme une maison pour laquelle la vue de face ou élévation correspond à ce que voit l'observateur quand il «monte au droit» de la façade, la vue de dessus ou plan à ce qu'il voit quand il survole le bâtiment et de la même façon la vue de côté ou élévation de profil, à ce qu'il voit en parcourant visuellement le côté de l'édifice.[...] Cette méthode, aussi directe soit-elle, ne se fonde pas pour autant sur une vision primitive ou naïve de la réalité. Nous savons que la transcription dessinée des perceptions visuelles passe toujours par une médiation intellectuelle qui les modifie peu ou prou. La «méthode directe» nécessite l'apprentissage d'une discipline intellectuelle qui refuse le mélange des points de vue et des domaines renseignés à laquelle s'ajoute la nécessité pour l'observateur qui dessine de rattacher le corps à du connu, global ou analytique. La même remarque vaut pour celui qui examine le dessin.

Les démarches de formation fondées sur cette «méthode» supposent d'une part que l'activité perceptive renvoie à un champ de connaissances permettant d'organiser les relations entre dessin et objet matériel pour agir dans des situations de lecture, et d'autre part que ces connaissances peuvent faire l'objet d'un apprentissage. Rabardel et Vérillon (1993) fondent le choix d'une telle formation en se plaçant dans un cadre théorique à la fois sémiologique et psychologique: dans un premier temps, les relations mises en place dépendent de la perception d'un objet matériel par un sujet - observateur «bien placé»; dans un deuxième temps, ces relations doivent devenir indépendantes de la perception du sujet pour devenir celles d'un observateur générique. On trouvera dans leur article une présentation détaillée de leur cadre théorique et une description des étapes de la formation qu'ils ont conçue.

- *Méthode indirecte*

> Une autre justification, assez proche de celle qui postule la présence d'un tableau ou d'un plan de référence, consiste à faire de ce tableau le lieu d'aboutissement de droites issues de chaque point remarquable du corps et orthogonales au plan de projection. Ces projections reproduisent sur le plan les points et les lignes externes et internes de l'original. La présence d'un observateur ne semble pas nécessaire à la compréhension de cette opération.

Cette démarche suppose une modélisation géométrique des objets matériels et des relations entre ces objets.

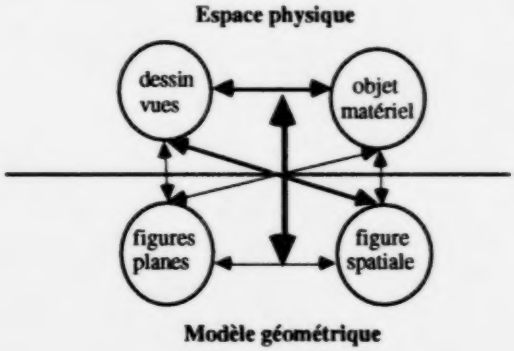
Une vue d'un objet matériel n'est pas ce que l'on perçoit par la vision de l'objet: c'est un dessin semblable à celui que l'on peut obtenir par report orthogonal de points particuliers, associés au modèle géométrique de l'objet, sur un plan de référence.

Le dessin obtenu est une épure au sens où les mesures jouent un rôle central (pour la distinction dessin - figure voir Parzysz, 1988). De ce point de vue, la notion de projection orthogonale modélise les relations entre objet matériel et dessin (vue ou système de vues).

Le schéma 1, ci-après, montre la complexité des mises en relation établies par cette modélisation.

Schéma 1

Relations entre objet matériel, dessin et modèle géométrique



Les démarches de formation fondées sur la «méthode indirecte» supposent que les connaissances relatives aux relations géométriques figure spatiale - figure plane permettent des prises des décisions dans des situations de lecture et un contrôle des relations dessin - objet matériel.

Y. Deforges met en évidence l'existence d'autres méthodes de justification de la notion de vue qu'il nomme méthodes de «l'observateur projecteur»: ces méthodes sont des compromis qui posent le problème de la viabilité de la méthode indirecte dans l'enseignement professionnel de base.

> ... nous verrons que des auteurs ont introduit dans leur système explicatif un observateur ou un «projecteur» pour répondre à la question de savoir «qui projette?»

Le recensement de «méthodes» de justification est un indice parmi d'autres que l'enseignement des vues dans la formation professionnelle est un véritable problème. La dichotomie méthode directe / méthode indirecte introduite par Deforge semble pertinente du fait qu'elle recouvre une opposition entre les connaissances en jeu, des connaissances liées à l'activité perceptive pour la première, des connaissances liées à la géométrie euclidienne pour la seconde. Dans le cas de la méthode directe, les premiers contrôles pour valider une production sont perceptifs: *les invariants de la relation objet - dessin ne peuvent alors résulter que de constats perceptifs locaux qui doivent se transformer en règles sémiologiques*. La méthode directe en se basant sur l'activité perceptive fait l'économie d'une mathématisation de la notion de vue.

> La méthode de «l'observateur - projecteur» réduit la part du mathématique introduite par la méthode indirecte. Comment expliquer ce phénomène de réduction? Le vocabulaire utilisé comme «vue de face», «arête vue», «arête cachée» rend difficile l'éviction de la perception tentée par la méthode indirecte. La complexité du rapport «dessin - objet» mis en place par la projection orthogonale renforce le risque permanent de simplification par recours aux rapports perceptifs d'un «observateur - projecteur». Ce choix conduit à terme à «une vue, c'est ce qu'on voit d'un point de vue fixé», c'est-à-dire à ce qui caractérise la méthode directe.
>
> Si la majorité des manuels de dessin technique que nous avons étudiés justifient les systèmes de vues par la méthode indirecte (10 manuels sur 19 manuels étudiés), ils abandonnent très vite toute référence à la projection orthogonale au niveau des consignes des exercices: on peut faire l'hypothèse que s'installe alors dans les pratiques des méthodes intermédiaires de justification du type «observateur - projecteur» et des procédés de type recette liés à la correspondance entre les vues.
>
> (A. Bessot et al., 1992)

2.4 Une expérience de formation à la lecture des vues: caractéristiques

Cette expérience a eu lieu au sein du Centre Permanent du Bâtiment du GRETA[1] Sud Isère, dans le cadre d'une formation de type FAS[2] .

- *Caractéristiques des stagiaires*

L'institution GRETA utilise les qualificatifs niveau alpha et postalpha pour désigner les plus bas niveaux de connaissances chez les stagiaires.

---

1 GRoupement d'ETAblissements.

2 Fond d'Action Sociale.

Le responsable pédagogique du Centre Permanent du Bâtiment définit ainsi ces niveaux:

- niveau alpha: illettrisme en français et difficultés en français parlé (origine souvent non francophone); non-maîtrise des opérations de base en calcul (addition et multiplication);
- niveau postalpha: difficultés à écrire et à lire le français en particulier dans la compréhension de textes; maîtrise des additions et multiplications mais difficultés dans les autres opérations.

Une première sélection a été faite par l'institution GRETA: les stagiaires issus de cette première sélection sont des demandeurs d'emplois depuis plus d'un an, en majorité de niveaux alpha ou postalpha.

Un deuxième dispositif de sélection a été élaboré par les chercheurs. Il est intervenu juste avant la mise en place de la formation. Cette intervention avait deux objectifs:

- un filtrage des stagiaires par rapport à l'état de leurs connaissances au sujet de dessins de la vie courante et d'un dessin de nature professionnelle;
- une négociation de la formation.

Le dispositif comportait un questionnaire, des activités individuelles, un entretien avec le formateur sur la base des résultats aux activités et des réponses au questionnaire. Les résultats aux activités ont joué un rôle primordial dans la sélection des stagiaires. L'entretien servait essentiellement à faire expliciter au stagiaire son projet de formation en le rapportant à ses réponses aux questionnaires et à ses résultats aux activités.

Les activités proposées étaient essentiellement des activités de lecture aboutissant à des activités d'écriture (trois dessins de la vie courante, un dessin de la vie professionnelle), de mesures d'objets du microespace et du mésoespace[3] .

---

3 «[...] la conception qu'ont les élèves des objets géométriques, le traitement qu'ils en font, dépend de leur taille [...]. Par exemple, la notion d'angle n'existe pratiquement pas pour des objets de petite taille. Les questions d'angle, report, désignation, variation, etc. sont traitées sous forme de mesures de segments dans des triangles. Mais la notion de droite n'existe pas non plus, il n'y a que des segments. Les «droites» et les angles apparaissent avec le repérage. [...] Le micro-espace est le théâtre de la manipulation de petits objets [...] Le mésoespace est l'espace des déplacements du sujet dans un domaine contrôlé par la vue. [...]» (Brousseau, 1983)

Une première analyse des résultats a été effectuée immédiatement étant donné l'urgence du calendrier de la formation: elle nous a permis d'évincer de la formation ceux qui avaient réussi les activités de nature professionnelle.

Le groupe obtenu par ces sélections successives (12 stagiaires) a présenté des caractéristiques supplémentaires (constatées *a posteriori*) qui ont pesé lourdement sur les conditions de la formation:

- hétérogénéité des stagiaires sur plusieurs plans: celui de la formation générale reçue dans le passé, celui de la nature et de la durée d'éventuelles activités professionnelles passées et enfin celui du projet professionnel se rattachant aux métiers du bâtiment. Rappelons que ces métiers recouvrent une diversité de spécialités demandant des compétences plus ou moins élevées (charpentier, plombier, maçon, chauffagiste, plâtrier, peintre, couvreur, métallier, menuisier, électricien...)
- tendance récurrente à l'absentéisme, les raisons pouvant être d'ordre économique, psychologique ou médical.

- Conditions générales de la formation GRETA

Les trois premières conditions citées sont imposées par l'institution ou par le contexte général de formation, nous avons imposé la dernière.

- La durée de la formation est de 6 mois.
- Évaluation de la formation.

Le stage dans lequel nous sommes intervenus était un stage intitulé FAS. L'objectif de ce type de stage s'adressant à des travailleurs demandeurs d'emploi depuis plus d'un an, est la remise à niveau pour retrouver un travail. Le CAP[4] n'est pas envisageable comme but (il peut le devenir exceptionnellement en cours de stage). L'évaluation est interne à l'institution: elle se fait sur la base d'un dossier individuel constitué lors de la formation, cette évaluation pouvant être prise en compte dans une préparation ultérieure à un CAP.

---

4 Certificat d'Aptitude Professionnelle

- Programme de la formation

Il n'existe pas de programme mais depuis 1986 des référentiels ont été élaborés, liste d'objectifs généraux en termes de capacités et de compétences. Rien n'est dit sur les moyens d'atteindre ces objectifs ni du point de vue de l'enseignement ni du point de vue de l'apprentissage.

- Organisation pédagogique de la formation

L'organisation au sein du GRETA tend de plus en plus à une individualisation de la formation: chaque stagiaire travaille individuellement, à son rythme, le plus souvent à partir de fiches ou de guide de formation. Le cheminement individuel des stagiaires y est envisagé, en particulier, comme une solution aux problèmes découlant de l'hétérogénéité et de l'absentéisme des stagiaires. Nous avons imposé un regroupement des formés pour permettre des phases collectives de formation, phases qui nous semblaient nécessaires au fonctionnement social des connaissances.

- *Caractéristiques de l'expérience*

Les choix faits pour le processus de formation à la lecture de vues sont les suivants:

- le processus est mené durant les huit premières semaines du stage (32 heures);
- la lecture de vues est effective, mais les problèmes techniques de réalisation n'y sont pas posés: les activités de lecture de vues sont limitées à l'étape des tracés;
- le contexte matériel des activités de formation peut être rattaché à celui des métiers du bâtiment: maquettes de bâtiments (cinq types de modules) et mur-plafond sur lesquels on peut effectuer des tracés. De plus, ce contexte matériel permet des mises en activité de lecture aussi bien dans le microespace que dans le mésoespace;
- la justification de la notion de vue se fait par la méthode indirecte;
- à la fin de chaque séance, un questionnaire individuel d'évaluation (réussite, type d'erreurs, type de difficultés) permet au stagiaire de revenir sur son activité en explicitant ce qu'il a appris. À la fin du stage, chaque stagiaire dispose d'un dossier contenant les dessins lus, les dessins produits et les questionnaires d'évaluation.

2.5 Construction et expérimentation d'un processus de formation basé sur la méthode indirecte

Le processus de formation est organisé autour de quatre types de situations:

- des situations de reproduction de dessins-plans utilisant implicitement des notions de géométrie élémentaire en référence avec les démarches d'implantation;
- des situations de communication entre concepteur et réalisateur pour contextualiser le fonctionnement social des graphismes techniques;
- des situations d'écriture de vues;
- des situations de lecture de vues.

Nous ne rentrerons pas dans le détail de l'articulation de ces différentes situations: nous présenterons les situations d'écriture qui justifient la notion de vue (méthode indirecte).

- Situations d'écriture

Nous avons choisi d'introduire la notion de vue au moyen d'un dispositif qui matérialise la projection orthogonale. Nous avons référé l'utilisation de ce dispositif à des manipulations et des contrôles régissant des activités de report menées préalablement dans le mésoespace.

Ainsi *une vue d'un objet matériel n'est pas ce que l'on perçoit par la vision de l'objet:* c'est un dessin semblable à celui que l'on peut obtenir par report orthogonal de points particuliers, associés au modèle géométrique de l'objet, sur un plan de référence.

Précisons notre démarche en décrivant les activités proposées successivement aux stagiaires.

<u>Première phase: activités dans le mésoespace</u>

Ces activités consistent en la réalisation de tracés dans l'espace du mur-plafond à partir de deux de ses éléments caractéristiques, une avancée horizontale (balcon) et un trou rectangulaire dans une paroi verticale. Les instruments de chantier, niveau à bulle, fil à plomb, règles, sont disponibles.

Consigne *a priori*

Reporter verticalement le balcon sur le sol pour tracer au sol les fondements d'une véranda.

Reporter horizontalement le trou sur le mur en face pour permettre le passage d'un tuyau horizontal.

La validation matérielle se fait en utilisant le tuyau, les règles, le niveau à bulle et le fil à plomb. Pour le report vertical, il s'agit seulement de contrôler l'aplomb, tandis que pour le report horizontal, il faut contrôler l'horizontalité et la direction du report.

Éléments de chronique

Le mur-plafond est appelé «maquette» par le formateur (noté F.).

F. «Aujourd'hui on va continuer les tracés *(activité de reproduction de dessins plans)* et parallèlement travailler sur la maquette pour faire des tracés concrets. Aujourd'hui, les tracés seront dans l'espace... on aura un point à reporter sur le sol ou un autre point du sol à reporter ailleurs.»

F. demande des exemples de reports dans les métiers. Un stagiaire propose: «pour une cloison».

F. «En menuiserie, pour une porte, une fenêtre. En plomberie *(il s'aide du mur-plafond pour expliquer)*, si vous avez une réservation, si vous voulez faire passer un tube... il y a nécessité de reporter le trou sur le mur d'en face. Aujourd'hui il y aura deux activités de report. Ici avec la maquette, le tube c'est ça *(grande barre dont la section correspond aux deux trous du mur d'exercice)*, c'est comme si on voulait faire passer un tuyau. On aura aussi à faire comme une véranda implantée sous un balcon en plaçant les éléments verticaux. Pendant que vous dessinez, j'en enverrai deux par deux faire ces activités de chantier.»

Le cas de Mim et Sep

F. «Il faut reporter le balcon au sol comme pour une véranda, reporter le trou dans le mur d'en face, toujours avec un report bien horizontal. Dans la réalité, on essaie souvent de faire passer des tubes ou des tuyaux bien à l'horizontale.»

Mim et Sep travaillent ensemble.

Sep tient le fil à plomb à partir de l'arête verticale droite du balcon (1), Mim trace au sol le point correspondant. Puis Sep prend un point intermédiaire (2) au milieu de la face avant du balcon. Mim: «Pourquoi?» Sep: «Il faut faire tout le tour.» Mim: «C'est pas la peine, ça sert à rien. Si tu le mets là (arête verticale gauche) (3) après tu as pareil. Tu te mets au coin, c'est pas la peine de faire tout le boulot.»

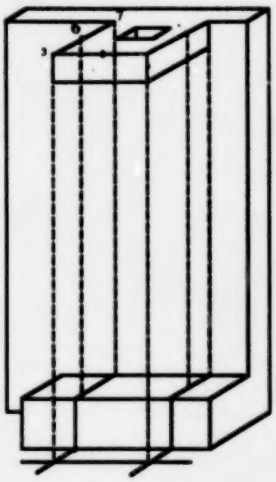
Sep recommence à prendre un point intermédiaire (4) sur la face droite. Mim: «Non, à l'angle» (5). Le report de (5) donne un point sur le banc.

Ils retracent la marque donnée par le report de (1). Sep précise qu'il faut poser le plomb pour éviter le balancement. Avant de marquer au sol, Mim indique à la main les deux traits perpendiculaires qui sont à tracer. Ils vérifient le report de (3) (sur le sol) et passent au tracé à la règle.

Mim veut tracer le segment perpendiculaire au banc qui est la partie au sol du report du côté droit du balcon. Pour cela, il fait prendre à Sep un point intermédiaire (4) du côté droit du balcon pour reporter un nouveau point sur le banc. Puis il tire un trait à la règle sur le banc. Sep positionne de la même façon son fil depuis le côté gauche pour avoir deux nouveaux points sur le banc (6 et 7).

Mim prend le niveau vertical pour tracer les deux verticales sur le bord du banc à partir des deux traits déjà tirés sur le dessus. Cela ne le satisfait pas. Mim et Sep recommencent avec le fil à plomb au bord du banc pour avoir les deux points du sol à sa base. Ils tracent les deux segments au sol. Ils tracent finalement les segments du bord du banc après avoir vérifié au niveau que les deux extrémités déjà marquées étaient sur une même verticale.

Schéma 2
Choix des points de report sur le mur-plafond



Commentaire:

Les choix successifs des points reportés par les deux stagiaires montrent que leur procédure est guidée par un modèle géométrique local de l'objet matériel: ces stagiaires réduisent à deux points la description d'une arête, ces deux points sont en général les extrémités des arêtes, sauf quand ce n'est pas pertinent.

Deuxième phase: activités dans le microespace

Cette phase consiste en la production de dessins par copie des tracés obtenus à partir d'une maquette à l'aide d'un dispositif qui matérialise la projection orthogonale. Le dispositif est composé d'une vitre de plexiglas sur laquelle on peut écrire, et d'instruments de dessin (règles, équerres) et de chantier (fils à plomb, niveaux à bulle). Ces instruments permettent d'effectuer des reports verticaux ou horizontaux sur la vitre à partir d'un objet matériel du microespace. Une fois introduit, le dispositif matériel reste disponible tout le temps de la formation. Ce dispositif constitue alors un milieu pour la validation[5] en concurrence avec la perception. Les instruments de chantier, niveaux à bulle, fils à plomb, règles, sont disponibles ainsi que les instruments de dessin, équerres et règles.

---

[5] «[...] pour qu'il y ait apprentissage dans des phases où le maître cesse d'apporter lui-même directement les informations, il est nécessaire que le milieu permette des phases de validation.» (Margolinas, 1989) Un tel milieu est un milieu pour la validation.

Le scénario général est alors le suivant:

a) Activité individuelle d'écriture

Consigne

Mettre la vitre horizontalement (ou verticalement). Reporter verticalement (ou horizontalement) l'assemblage sur la vitre et marquer au feutre *(dessin 1)*. Faire une copie sur une feuille de papier *(dessin 2: vue de dessus (ou vue de face) à l'échelle 1)*.

b) Bilan

Le formateur fait classer et comparer les dessins 2: il fait expliciter des règles générales de projection.

À partir du scénario général nous avons construit deux situations (1 et 2) posant des problèmes d'écriture de vues ordonnés en fonction de la difficulté d'écriture. Ces deux situations sont associées à deux types d'objets.

Situation 1

Maquettes sans pente

Ces maquettes ont même vue de face et des vues de dessus différentes.

a) Activité individuelle

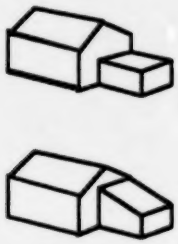
Les tracés obtenus sur la vitre par report *(dessin 1)* ne satisfont pas l'exigence de précision mise en place par les activités de reproduction de dessins-plans (début de la formation). Pour la copie *(dessin 2)*, cette exigence disqualifie la prise de mesures sur la vitre au profit de mesures directes sur les maquettes. Les maquettes sans pente ne posent pas de véritable problème de projection, le contrôle de la précision de la copie *(dessin 2)* se faisant par mesures indifférenciées sur la maquette.

b) Bilan

La comparaison des dessins 2 permet d'expliciter des conditions (décalages horizontaux) sous lesquelles des maquettes différentes peuvent avoir la même vue de face.

Situation 2

Maquettes avec pente



Ces assemblages ont même vue de dessus et des vues de face différentes.

a) Activité individuelle

Le contrôle de la précision de la copie nécessite un *choix* des arêtes à mesurer sur la maquette, celles dont les mesures sont invariantes par report. La présence de parties en pente rend prévisible l'apparition d'une erreur que nous appelons rabattement[6]: les arêtes des pans sont considérées de même mesure que leurs représentants sur les vues. Le dispositif matériel permet non seulement un contrôle global des productions, mais aussi une rétroaction sur les productions: rejet des tracés incorrects et indication sur les mesures erronées.

La prise en compte de l'erreur de rabattement par le stagiaire et sa rectification font partie intégrante de la situation 2.

b) Bilan

La comparaison des dessins 2 permet d'expliciter des conditions (report de deux surfaces différentes enveloppées dans un même «tuyau» vertical) sous lesquelles des maquettes différentes peuvent avoir la même vue de dessus.

---

6 Cette erreur est recensée par d'autres chercheurs: par exemple, P. Higelé (1984) signale un pourcentage important de ce type d'erreur dans les sections «maçonnerie moderne» en début et en fin de formation (ce pourcentage pouvant aller jusqu'à 40% des erreurs commises).

Pour une description des situations de lecture basée sur la mise en scène d'une situation fondamentale de la lecture des vues, on se reportera au texte de mon premier exposé «Mathématiques et savoirs professionnels: un point de vue didactique» ou à Bessot et al., 1993.

2.6 Compléments sur les différentes conceptions sur l'espace

- ***Les contraintes microspatiales spécifiques du cadre des interactions liées à la manipulation courante des petits objets.***

> Ce cadre constitue un domaine si familier au sujet que la plupart des problèmes qu'il y rencontre ne nécessitent pas de conceptualisation. Citons quelques propriétés caractéristiques de ce type d'interactions.
>
> La notion centrale est ici celle d'objets. L'espace est constitué d'objets, deux objets sont distincts si on peut les séparer par un espace(ment), que le sujet peut d'ailleurs annuler dans l'instant.
>
> La notion de distance se distingue mal de celle d'espacement, qui n'a que deux valeurs pertinentes. La conception microspatiale de la distance n'a donc que peu de rapport avec la notion géométrique correspondante. La conception microspatiale de la longueur, qui peut être liée à des dimensions d'objets, est plus proche de la notion géométrique.

- ***Les contraintes mésospatiales caractéristiques du cadre des déplacements domestiques***

C'est l'espace de la maison, de l'immeuble. La notion d'objet reste centrale, mais ce qui va être spécifique ce sont les déterminations et les modifications des positions de ces objets dans un espace assez limité de déplacements. Une partie de l'espace est accessible par une vision globale, obtenue à partir de perceptions successives, mais de durées minimes. Les déplacements sont plus coûteux dans le mésoespace que dans le microespace. De là surgit la nécessité de construire une représentation intellectuelle de l'espace qui rend possible pour le sujet la maîtrise de ses déplacements.

> Les notions centrales sont ici celles de lieux, de trajets et d'objets. Les objets nouveaux sont semi-fixes ou fixes. Il n'y a pas nécessairement d'espacement entre deux objets (murs...) Entre les gros objets, il y a des trajets possibles, des possibilités ou non de placer un meuble ou une voiture, etc. des distances. La conception mésospatiale de la longueur est articulée avec celles de distance, de profondeur, de hauteur, dont elle permet les mesures.

- ***Les contraintes macrospatiales (de type urbain, rural, maritime, etc.)***

> Le cadre macrospatial correspond à un secteur de l'espace dont la dimension est telle qu'on peut l'embrasser seulement par l'intermédiaire d'une succession de visions locales, séparées entre elles par les déplacements du sujet sur la surface terrestre.

Dans ces interactions, les objets principaux restent fixes, c'est le sujet qui se déplace. Il est impossible pour le sujet d'obtenir une vision globale simultanée du secteur de l'espace avec lequel il est en interaction. Pour orienter ses déplacements il doit construire une représentation globale de l'espace, par recollement de connaissances partielles, pour récupérer la continuité de l'espace parcouru.

Une conceptualisation est indispensable pour construire une image d'un tel ensemble, inaccessible à la perception directe.

C'est essentiellement une interaction avec des lieux et des trajets. Les objets spécifiques sont fixes et ont fonction de repères. Les distances s'y mesurent en kilomètres ou durées de parcours.

- Conséquences de ces représentations

Les connaissances que le sujet manifeste sous forme de modèles implicites, de schèmes d'action, de formulations particulières, en réponse à des questions judicieusement choisies sont:

- d'une part, pour certains concepts, et à l'intérieur d'un même concept, différentiées en conceptions, chacune liée à une famille de problèmes correspondant à des interactions spatiales différentes. Il y a ainsi plusieurs conceptions de la longueur, ou de «l'objet»;

- d'autre part, regroupées en «représentations» selon la taille de l'espace, car fonctionnant ensemble dans le même type de situations. Ainsi, dans le microespace, il y a des relations entre une conception de la longueur et une conception de l'objet, etc.

La mise en évidence expérimentale de représentations comme ensembles de conceptions liées à des notions différentes reste à réaliser, mais l'ensemble de nos travaux, particulièrement d'ingénierie, comme des travaux d'autres chercheurs en confortent la vraisemblance.

Nous parlerons donc de contraintes microspatiales, mésospatiales ou macrospatiales. Par exemple, la méthode adaptée pour reproduire une forme dans des contraintes microspatiales, est de se servir d'un gabarit. Des contraintes mésospatiales correspondront mieux au pilotage d'un engin.

La prise en compte de ces représentations spontanées ou communes nous a permis:

- d'une part, de renouveler l'analyse des comportements des élèves dans l'enseignement de la géométrie, débouchant sur l'identification de phénomènes de didactique;

- d'autre part, de dégager les conditions qui favorisent la conceptualisation spatio-géométrique (principalement macro et mésospatiales), pour pouvoir les reproduire ou les simuler dans les situations d'enseignement.

L'exploitation de cette catégorie de connaissances comme moyen d'analyse *a priori* des comportements des élèves nous a fourni des résultats qui ont dépassé nos espérances, tant au niveau de l'identification des limitations

des connaissances géométriques et des connaissances spatiales des élèves, que de phénomènes d'obstacles didactiques dont l'identification nous permet de comprendre les limitations des tentatives de changement de l'enseignement et de mieux les diriger.

L'importance de ces représentations permet de leur attribuer la responsabilité d'obstacles didactiques à l'innovation par modélisation adidactique de l'espace, en particulier en l'absence de situation fondamentale de la notion enseignée.

BIBLIOGRAPHIE

ARSAC, G. (1987). L'origine de la démonstration. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 3(2)*, pp. 5-64, Éditions La Pensée Sauvage, Grenoble.

ARSAC, G., et al. (1992). *Initiation au raisonnement déductif au collège*. Éditions Presse Universitaire de Lyon, IREM de Lyon.

BAUTIER, T. (1993). Analyse des fonctions des instruments graphiques dans les pratiques de conception architecturale; contribution à une didactique des graphismes d'espace, *in* A. BESSOT et P. VÉRILLON (dir.): *Espaces graphiques et graphismes d'espaces*. Éditions La Pensée Sauvage, Grenoble.

BERTHELOT, R., SALIN, M.-H. (1992). *L'enseignement de l'espace et de la géométrie dans l'enseignement obligatoire*. Thèse, Université de Bordeaux I.

BERTHELOT, R., SALIN, M.-H. (1993). Conditions didactiques de l'apprentissage des plans et cartes dans l'enseignement élémentaire, *in* A. BESSOT et P. VÉRILLON (dir.): *Espaces graphiques et graphismes d'espaces*. Éditions La Pensée Sauvage, Grenoble.

BESSOT, A., DÉPREZ, S., EBERHARD, M., GOMAS, B. (1992). Le sens des graphismes techniques dans la formation professionnelle de base pour les travailleurs du bâtiment: une approche didactique. *Éducation Permanente, (111)*.

BESSOT, A., DÉPREZ, S., EBERHARD, M., GOMAS, B. (1992). *Approche didactique des processus de formation de base à la lecture de systèmes de vues, destinées à des adultes peu qualifiés, dans le cadre des métiers du bâtiment*. Rapport de recherche financée par le Ministère de la Recherche et de la Technologie, Grenoble I.

BESSOT, A., DÉPREZ, S., EBERHARD, M., GOMAS, B. (1993). Une approche didactique de la lecture des graphismes techniques en formation professionnelle de base aux métiers du bâtiment, *in* A. BESSOT et P. VÉRILLON (dir.): *Espaces graphiques et graphismes d'espaces*. Éditions La Pensée Sauvage, Grenoble.

BOURDIEU, P. (1980). *Le sens pratique*. Les Éditions de Minuit, Paris.

BROUSSEAU, G. (1983). Étude de questions d'enseignement. Un exemple: la géométrie. *Séminaire de Didactique des Mathématiques et de l'Informatique*, IMAG, Grenoble.

CHEVALLARD, Y., JULLIEN, M. (1991). Autour de l'enseignement de la géométrie au collège. *Petit x, (27)*, pp. 41-76, IREM de Grenoble.

DEDRON, P., ITARD, J. (1959). *Mathématiques et mathématiciens*. Éditions Magnard, Paris.

DEFORGE, Y. (1981). *Le graphisme technique, son histoire et son enseignement.* Collection Milieux, Éditions Champ Vallon.

GALVEZ, G. (1985). *El aprendizage de la orientacion en el espacio urban : Una proposicion para la ensenanza de la geometria en la escuela primria.* Tesis, Centro de Investigacion del IPN, Mexico.

GRECO, P. (1978). Toutes sortes d'espace ou: les positions des figures et le calcul. *Approches psychopathologiques de l'espace et de sa structuration,* Éditions Presse Universitaire de France, Paris.

MARGOLINAS, C. (1989). *Le point de vue de la validation: essai de synthèse et d'analyse en didactique des mathématiques.* Thèse, Université Joseph Fourier, Grenoble.

MARGOLINAS, C. (1993). *De l'importance du vrai et du faux dan la classe de mathématiques.* Éditions La Pensée Sauvage, Grenoble.

ORUS, P. (1992). *Le raisonnement des élèves dans la relation didactique. Effets d'une initiation à l'analyse classificatoire dans la scolarité obligatoire.* Thèse, Université de Bordeaux I.

PAILHOUS, J. (1970). *La représentation de l'espace urbain.* Éditions Presse Universitaire de France, Paris.

PARZYSZ, B. (1989). *Représentations planes et enseignement de la géométrie de l'espace au lycée.* Thèse, Université de Paris VII.

POINCARÉ, H. (1943). *La science et l'hypothèse.* Éditions Flammarion, Paris.

RABARDEL, P., VÉRILLON, P. (1993). De l'analyse des compétences à l'élaboration des contenus spatiaux: contribution de la psychologie et de la sémiologie en ingénierie didactique, *in* A. BESSOT et P. VÉRILLON (dir.): *Espaces graphiques et graphismes d'espaces.* Éditions La Pensée Sauvage, Grenoble.

SERRES, M. (1980). *Le passage du nord-ouest.* Les Éditions de Minuit, Paris.

SCHNEIDER, O. (1979). *Le passage des équations numériques aux équations paramétriques.* Mémoire de DEA, Université de Bordeaux I, Éditions IREM d'Aix-Marseille.

Des exemplaires du présent document sont en vente à l'adresse suivante:

Centre Interdisciplinaire de Recherche sur
l'Apprentissage et le Développement en Education
Université du Québec à Montréal
C.P. 8888, Succ. A,
Montréal, Québec
H3C 3P8

Publié par le Centre Interdisciplinaire de Recherche
sur l'Apprentissage et le Développement en Education
Université du Québec à Montréal
Conception graphique: Pierrette Précourt